中华人民共和国国家标准

UDC 534.01

振动、冲击数据分析和表示方法

GB 10084－88

Vibration and shock－methods for analysis and presentation of data

1 主题内容与适用范围

本标准对机械振动与冲击数据处理的术语、符号、分析方法和表示方法作了一般性的规定。

本标准适用于振动、冲击试验数据分析，但不包括随机冲击序列的处理。

本标准通过模拟和数字两种方法，将振动、冲击试验测量量转换成适合评估的形式。

本标准涉及的试验数据是正比于某些物理变量（例如：位移、速度、加速度、力等）的度量，并且认为包括传感器、滤波器、放大器和记录系统在内的仪器系统特性是已知的。

2 引用标准

GB 2298 机械振动、冲击名词术语

3 术语

3.1 数据

信号的连续或采样度量。

3.2 数据处理

数据的电或机械等的处理。

3.3 幅值

描述振动大小的某种度量（例如：平均绝对值、均方值、峰值等）。

3.4 有效带宽

对于一个特定的传递系统而言，其有效带宽是一个等价理想系统的带宽，这个理想系统在它的通带中有均匀的传递率，这个传递率等于特定系统的最大传递率，并且当两个系统接受在所有频率处能量均匀分布的相同输入信号时，这个理想系统和指定系统传输的能量是相同的。有效带宽等于传递系统特性曲线下的面积的平方除以最大传递率的平方，它可以用系统对白噪声激励的均方响应除以激励的功率谱密度和最大传递率平方的积来计算。

3.5 非平稳过程

任一过程，如果其统计量是对过程进行测量的时间的函数，就称为非平稳过程。

注：本标准中定义的相关函数及功率谱密度对非平稳过程是不适用的。

3.6 平稳时间历程

其统计量与分析起始时间无关的时间历程。

3.7 置信区间，置信度

随机量的真值以给定的概率值落在由测量真值统计规律确定的数值范围，此范围称置信区间。这个概率值称为置信度。

3.8 统计自由度

在估算某些量时，独立变量的数目。

3.9 等效静加速度

国家技术监督局1988－12－10批准　　　　1989－10－01实施

对于所加的动态激励而言，能产生与在同样激励下的单自由度系统一样的最大相对位移的稳定的加速度称为等效静加速度。

注：① 等效静加速度由 $(2\pi fn)^2\cdot\delta_m$给出，δ_m是最大相对位移，而f_n是系统的无阻尼固有频率。

② 在无阻尼系统中等效静加速度等于最大绝对加速度，在小阻尼系统中这个相等是近似的。

3.10 等效静速度

单自由度系统的最大相对位移和固有角频率 $2\pi f_n$的乘积。

3.11 采样频率

在一秒钟内采样的次数。

3.12 采样间隔

两个采样点之间的时间间隔。

3.13 折叠频率

采样频率的一半。

3.14 混淆

在离散化过程中，折叠频率低于信号的最高频率，离散信号谱出现高低频谱分量的重叠。

3.15 数据点

将模拟信号变换为离散整数获得的采样值。

3.16 块大小

为处理数据放入计算机存贮器的数据点个数。

3.17 清除

清除一部分或全部数据块，就是使放入的数据点的值为零。

3.18 频率分辨率

谱的最小频率间隔。

3.19 记录长度

块大小N与采样间隔Δt的乘积。

3.20 平滑

一种平均处理方法。例如，三个数据点的平滑：$X_k=(X_{k-1}+X_k+X_{k+1})/3$

平滑可在时域、频域和直方图上进行。

3.21 截断

截取一段信号。

4 符号

t	时间
f	频率
$a(t)$	加速度时间历程
$F(t)$	力时间历程
B	模拟滤波器的带宽
f_c	模拟带通滤波器中心频率
Q	单自由度系统的品质因子
f_r	单自由度系统的共振频率
ζ	阻尼比
$C_{1,2}$	共谱密度函数
$Q_{1,2}$	正交谱密度函数
G	功率谱密度函数
P	概率密度函数

$\delta(t)$	相对位移时间历程或单位脉冲函数
$x(n\Delta t)$，$y(n\Delta t)$，$z(n\Delta t)$	数字数据时间序列
$X(m\Delta f)$，$Y(m\Delta f)$，$Z(m\Delta f)$	数字数据频率序列（复数）
c	常数
j	$\sqrt{-1}$
N	数据块大小
K	相关和卷积分析中零的个数
k	0，1，2，……，$K-1$
m	0，1，2，……，$N/2$ 相关分析中的辅助变量
n	0，1，2，……，$N-1$ 或统计自由度数
T	数据块的总时间
T_s	随机振动的分析时间
f_{max}	数字分析时所取数据块的最高频率
f_s	采样频率
f_N	折叠频率
q	时间平均法中的平均次数
r	频域平滑法中的平均次数
ε_r	谱密度的归一化标准误差
$\rightarrow$	付里叶变换或付里叶逆变换
f_n	冲击响应谱中单自由度系统的固有频率
$W(x)$	概率分析中的幅值增量
FFT	快速付里叶变换

5 数据处理

振动、冲击数据可以在幅值域、频域及时域中进行处理。

5.1 付里叶变换

振动、冲击数据分析的功能之一是将时域中的时间历程原始数据变换为频域中的频谱。从时域到频域的变换，数学上由付里叶变换来描述，从频域到时域的变换，则由付里叶逆变换来实现。

下表给出了时域和频域中对应的运算。数据块的卷积与乘法互为付里叶变换对，数据块的相关计算与共轭积亦互为付里叶变换对。从运算时间的角度来看，这些性质对数据分析来说是很重要的。以致在使用FFT算法时，对数据块做付里叶变换，共轭积及付里叶逆变换获得相关函数，而不直接使用时间滞后法计算相关函数。

时域和频域之间的对应运算关系

时　　　　域	频　　　　域
加、减、乘以常数	加、减、乘以常数
数据块的卷积	数据块的乘法
数据块的相关计算	数据块的共轭积

5.2 模拟方法和数字方法的比较

在模拟分析法中，使用模拟滤波器得到付里叶变换。在数据分析法中，则借助于FFT来实现。

模拟滤波器的主要特性参数是有效带宽B和中心频率f_c，其次是放大倍数、滤波器形式、噪声电平等。模拟滤波器的作用是把一个输入信号同一频率为f_c、持续时间为$1/B$的余弦函数相乘。因此，较长的分析时间不会改善频率分辨率，较短的分析时间不能使滤波器得到充分响应。数字付里叶变换的等效带宽是频率分辨率，即：数据块总时间的倒数$\Delta f=\frac{1}{T}$，它相当于模拟滤波器的有效带宽B。同样，分析时间的改变不会引起分辨率Δf的变化。

模拟分析法广泛应用于周期、准周期信号分析，也适用于平稳随机信号分析，但一般不用于瞬态信号分析。数字分析法适用于上述各种分析。另外，在数字谱分析中还可采用细化技术。

细化技术通过移频、滤波、重采样、付里叶变换等手段实现，可极大提高所需的频带内的频率分辨率。

5.3 信号持续时间

能够获得的最高频率分辨率B（Δf）和持续时间T（数字分析时为数据块总时间）之间存在着一确定关系：

$$\Delta f=\frac{1}{T} \qquad (1)$$

为了得到可信的结果，品质因子为Q的窄带滤波器至少要求输入Q个信号周期，即：

$$T=\frac{Q}{f_r} \qquad (2)$$

在模拟和数字分析中，随机信号谱密度的统计自由度的定义是等价的。统计自由度数n由下式给出：

$$n=2BT_s \qquad (3)$$

式中：T_s是分析时间。对模拟分析，B是滤波器的有效带宽；对数字分析，B等于Δf。若T_s等于数据块总时间T，则统计自由度数就等于2。

如需提高统计自由度数可以采用时间平均法，也可采用频率平滑法，两种方法可以获得等效的结果。所以，在设计随机振动试验时，应主要根据频率分辨率和需求的统计自由度数确定所需的最短试验时间T_s，以便进行数据分析。

$$T_s=\frac{n}{2\Delta f} \qquad (4)$$

6 数据的模拟分析

6.1 数据分析和表示方法的选择

所有待研究的物理量的性质必须从数据中得到。须考虑以下三个问题：

a. 分析方法的选择；

b. 进行分析；

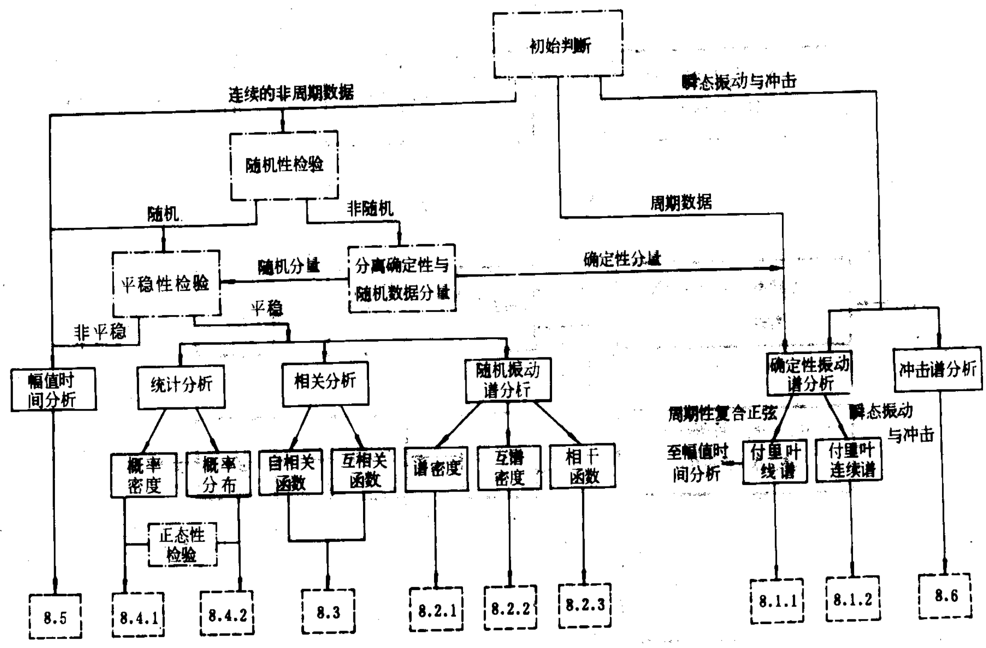
c. 给出分析的结果。

图1给出了模拟数据分析的每一个步骤，数字分析也可按同样的方法进行。分析结果的表示形式取决于待分析数据的特性和结果的用途。图1中使用各种方框表示不同的运算，用各种线条加以区分，说明如下：

a. 实线表示基本数据分析处理过程，详细说明在6.2中给出；

b. 虚线表示输出结果。并将结果记录下来，推荐结果表示形式在第八章中给出，分条序号在图1底部的方框中标明；

c. 点划线表示数据检查、分离或确定进一步的分析类型。



注：见6.1条中对本图各框的说明。

图 1　数据分析与表示方法的框图

6.2　数据的模拟处理方法

6.2.1　确定性振动的谱分析

谱分析的目的是为了确定振动信号在频域上的特性，这可由付里叶分析实现。所得频率分量的结果用幅值和相位表示。付里叶分析适用于周期的、准周期的和瞬态振动的数据。

6.2.1.1　周期振动

周期振动时间历程可用付里叶级数转换成一系列正弦振动叠加的形式。各正弦振动的频率是基频的整倍数。付里叶级数包括一个表示平均值的常数和频率为f，$2f$……，nf的正弦项，其中f是基频，n是整数，其值由所需要的频率范围或被分析的振动性质决定。平均值和正弦分量的幅值由付里叶级数系数定义的积分得到。积分可由图象法或电方法完成。其结果的表示形式见8.1.1条。

6.2.1.2　准周期振动

准周期振动是由多个不同频率的正弦振动组成，它的频谱是离散的。其频率比不全是有理数。准周期振动不同于周期振动，因此，不能用付里叶级数分析。无论是周期振动或准周期振动，它们的离散正弦振动分量可以用窄带滤波器分离出来，但滤波器带宽必须小于相邻离散谱线的频率间隔。

6.2.1.3　瞬态振动和冲击

瞬态振动和冲击数据可以用付里叶谱来表征。付里叶谱是频率的连续函数，它确定了幅值和相角随频率分布状况，其结果的表示形式见8.1.2条。

6.2.2　随机振动谱分析

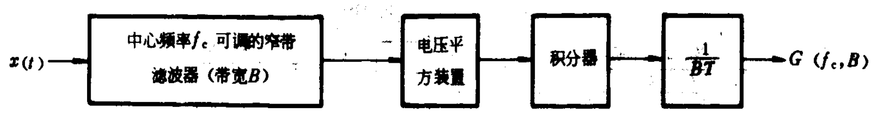
随机振动谱分析的目的是确定随机振动信号在频域上的特性。

6.2.2.1　功率谱密度函数

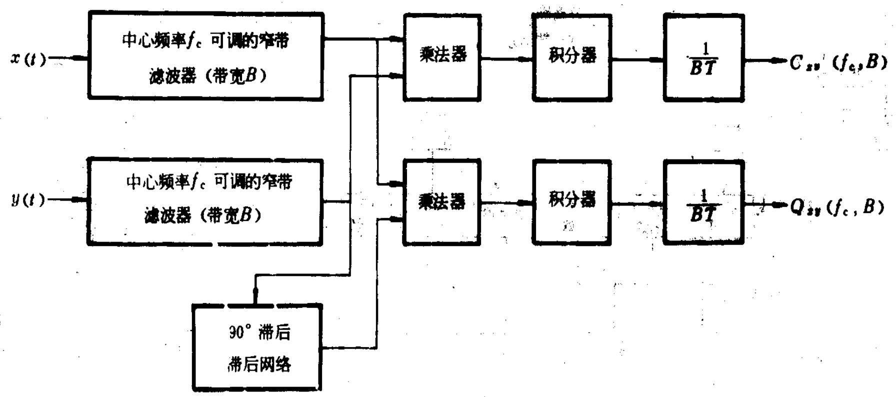
平稳随机振动在频域内用功率谱密度函数来描述，功率谱密度函数是频率的连续函数。

各态历经随机振动的时间历程通过一个中心频率可调的窄带滤波器，滤波器的输出时间历程经过处理可得到给定中心频率处相适应时间区间上的均方值。图2(a)给出了分析随机振动的原理框图，它

表示用均方值除以滤波器的有效带宽得到该频率的功率谱密度的估计值，即滤波器带宽范围内的平均值。



(a) 均方值功率谱密度



(b) 互谱密度

图 2 随机振动谱分析

滤波器有效带宽决定分析结果的频率分辨率。有效带宽与分析时间的乘积决定了分析结果的统计精度。其结果的表示形式见8.2.1条。

6.2.2.2 互功率谱密度函数

互功率谱密度函数是用来描述两个平稳随机振动的相关性，它是频率的连续函数。

两个各态历经的随机振动时间历程通过两个中心频率同步变化的相同窄带滤波器可以获得互功率谱密度函数。共谱是互功率谱密度函数的实部，它由两个滤波器输出积的平均值除以有效带宽求得。正交谱是互功率谱密度函数的虚部，它是把其中一个滤波器输出移相90°后与另一个滤波器输出积的平均值除以有效带宽获得。图2(b)给出了互功率谱密度函数分析系统的原理框图。从该系统获得的值是该滤波器有效带宽内平均互功率谱密度的估计值。

滤波器的带宽决定了分析结果的频率分辨率，而有效带宽与分析时间的乘积决定了分析结果的统计精度。其结果的表现形式见8.2.2条。

6.2.2.3 相干函数

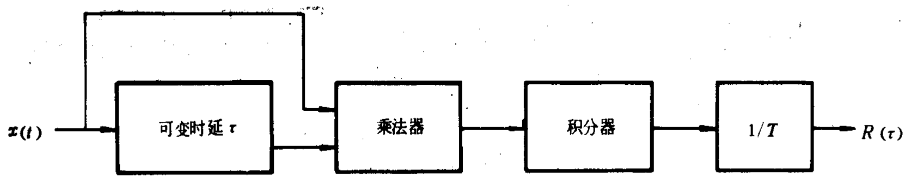
两个平稳随机振动之间的相干函数由它们的互功率谱密度函数的模和各自功率谱密度函数计算得到，它表示了原始数据在频域内的相关程度。

6.2.3 相关分析

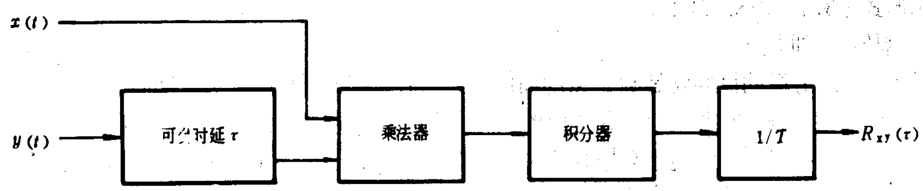
相关分析是用来确定一个平稳随机振动时间历程或两个平稳随机振动时间历程在不同时刻瞬时值之间的关系。其方法是把某一时刻的一时间历程上的瞬时值与同一时间历程或不同随机过程时间历程在给定滞后时间处的瞬时值相乘，并求平均值。当滞后时间在一个需要的时间范围内变化时，则得到此平均值随滞后时间变化曲线。相关分析的两种基本形式是自相关分析和互相关分析。

6.2.3.1 自相关分析

自相关分析用来考察单个时间历程的幅值大小与滞后时间特性。可以代替或补充谱分析和统计分析。图3（a）给出了分析原理框图，平均值可以用积分法得到，亦可使用平均装置。其结果的表示形式见8.3条。



(a) 自相关



(b) 互相关

图 3 随机振动的相关分析

6.2.3.2 互相关分析

互相关分析用来确定两个随机振动时间历程幅值大小与滞后时间特性。图3（b）给出了计算互相关函数的分析系统原理框图。平均值由积分法确定，亦可使用平均值装置,其结果的表现形式见8.3条。

6.2.4 统计分析（概率密度和概率分布分析）

振动数据统计分析的目的是确定振动数据中瞬时值或峰值在不同级上出现的概率。两种基本分析类型是瞬时值分析和峰值分析。

6.2.4.1 瞬时值分析

瞬时值分析是用来确定振动数据瞬时值的概率密度或概率分布函数。图4中给出的是相当窄的带通滤波器输出的振动时间历程一小段时间的样本，用测定瞬时值不超过任意给定级L_i所占时间与总时间比值百分比数定义级L_i的概率分布函数值，用测定瞬时值在级L_i和级L_{i+1}之间所占时间与总时间的百分比，并除以级差$L_{i+1}-L_i$就得到级L_i至级L_{i+1}内平均概率密度函数，图5给出了概率密度分析原理框图。其数据表示形式见8.4.1条和8.4.2条。

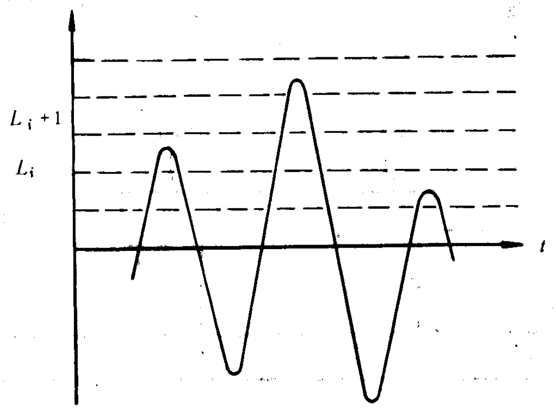


图 4 典型的窄带振动

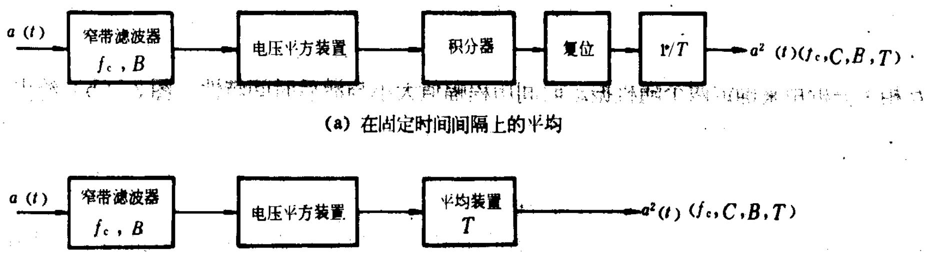
图 5　随机振动的概率分析

6.2.4.2　峰值分析

峰值分析的目的就是确定振动峰值的概率密度或概率分布函数。如图 4 用测定时间历程内不超过某级L_i的峰数占总峰数的百分比定义为在级L_i处的峰值概率分布函数值。在窄带随机振动情况下，峰的总数（包括正的与负的）近似等于窄带随机振动时间历程（零均值化后的）过零线的次数。其数据的表示形式见8.4.1条和8.4.2条。

6.2.5　幅值－时间分析

幅值－时间分析的目的就是确定振动幅值（如均值、均方根值等）大小随时间变化。此种分析常用于非平稳数据。分析时假定信号在连续的短时间区间内是分段平稳的。在这些短时间区间内可以计算平均幅值。这些时间区间短于数据持续时间和幅值发生变化的时间。获得幅值的办法要由振动类型和被选择描述振动幅值的参数来确定。图 6 给出两种分析系统的原理框图。这个亦能用来确定由窄带滤波器规定的频带内平均功率谱密度随时间变化曲线。将滤波器输出平方之后，用连续地固定区间上积分法（图 6 a）或者用平均装置法（图 6 b）获得离散时间上的均方值。其数据表示形式见8.5条。



(a) 在固定时间间隔上的平均

(b) 连续平均

图 6　均方值的幅度－时间分析

6.2.6　冲击响应谱

将受到冲击作用的一系列线性单自由度系统的最大响应（位移、速度、加速度等）表示为这些系统固有频率的函数，即冲击响应谱。在图 7 中，这个多自由度系列具有相同的阻尼比ζ和不同的固有频率f_n，受到的冲击作用可以是基础的加速度$a(t)$或直接加在质量上的力$F(t)$。记录下每个系统的频率和响应时间历程上出现的最大值。便获得对应冲击激励的冲击响应谱，其表示形式见8.6条。

冲击响应谱可用模拟计算机处理获得。

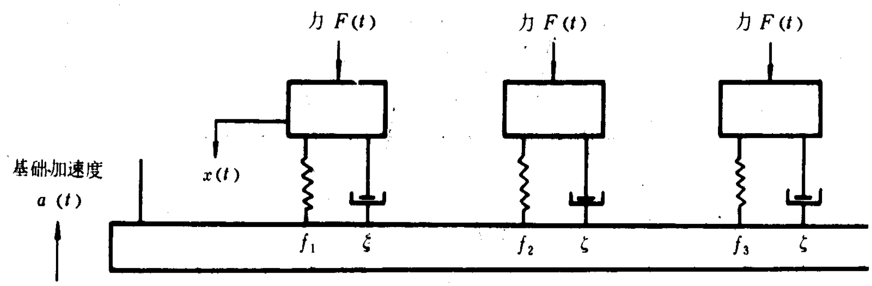


图 7　冲击谱分析

7 数据的数字分析

7.1 数字化

在进行数据数字分析之前，必须把模拟信号连续幅值转换成一数字序列，完成这一转换的装置称模/数转换器。

模/数转换器的两个主要特性是：

a. 模/数转换器的量化分辨率；

b. 触发模/数转换器的最小采样间隔。它的触发电路应包含内触发和外触发两种方式。

对模/数转换器要求两个设置：

a. 电压量程；

b. 采样频率f_s。

在某些情况下，利用外部采样信号是十分有用的，例如旋转机械试验，此时，最好控制采样频率等于转速的2的整数次幂。

要选择的另一个参数是数据块的大小N，通常要求N是2的整数次幂。

如果数据块大小N和采样频率f_s已选定，那么下列相关参数随之确定：

折叠频率（奈奎斯特频率）

$$f_N = f_s/2 \qquad (5)$$

采样时间间隔

$$\Delta t = 1/f_s \qquad (6)$$

数据块总时间

$$T = N/f_s \qquad (7)$$

频率分辨率

$$\Delta f = f_s/N \qquad (8)$$

7.2 信号预处理

为了防止混淆，需进行数字化和付里叶变换的信号不应包含有超过折叠频率的谱分量。在大多数分析情况下，使用抗混淆滤波器是必要的。抗混淆滤波器应是一个具有一定衰减斜率的低通滤波器。如果数据的相位特性十分重要，那还必须考虑滤波器的相位特性。输入信号的直流分量会缩小模/数转换器的动态范围。因此，在有可能时，在数字化前，去掉直流分量。

若数据不是用于付里叶变换、卷积或相关分析时，可以不用抗混淆滤波器，统计分析即是一例。若有高频噪声叠加在被分析信号中，则使用低通滤波器还是必要的。

7.3 数据的数字分析方法

经过数字化的信号成为一个时间序列。数字分析时引进校准系数或作传感器修正比较简单，时域数据的微分和积分运算在频域内更易实现。

如果传感器的传递函数是已知的，则可按下列运算对传感器特性进行修正：

$$x(n\Delta t) \rightarrow X(m\Delta f) \qquad (9)$$

$$X(m\Delta f) \cdot Y(m\Delta f) = Z(m\Delta f) \qquad (10)$$

$$Z(m\Delta f) \rightarrow z(n\Delta t) \qquad (11)$$

若传感器修正特性在所需要的频带内是一常数，那不论在时域或在频域都可乘以一常数校准系数。

在频域内，相应时域的微积分运算可分别乘以下列因子实现：

$$jm2\pi\Delta f \text{（微分）} \quad \cdots\cdots(12)$$

$$\frac{1}{jm2\pi\Delta f} \text{（积分）} \quad \cdots\cdots(13)$$

7.3.1 确定性振动分析

7.3.1.1 周期和准周期振动

若周期信号的频率分量与分析谱线$m\Delta f$一致时，就可直接使用付里叶变换，若数据块总时间不等于周期的整数倍，则在频域内的结果将引起泄漏。对准周期振动，泄漏肯定会产生。

使用适当的窗函数可以抑制旁瓣，而这些函数在频域内只需要有限条谱线表示。时域内时间序列与窗函数的乘积对应于频域内信号谱与窗函数谱$Y(m\Delta f)$的卷积，这在计算机上可以很快地完成。需作下列运算：

$$x(n\Delta t) \rightarrow X(m\Delta f) \quad \cdots\cdots(14)$$

$$X(m\Delta f) * Y(m\Delta f) \quad \cdots\cdots(15)$$

使用窗函数抑制旁瓣会使有效带宽增大，而且还要引入谱值的修正。为了得到单边谱，各频率点上的幅值要乘以因子 2（本条参见附录A）。

7.3.1.2 瞬态振动和冲击信号

若在整个分析时间内所取信号是完整的，则瞬态振动和冲击信号就能转换到频域去分析。信号截断会引起误差，它主要在谱的低频部分。下列运算必须完成：

$$x(n\Delta t) \rightarrow X(m\Delta f) \quad \cdots\cdots(16)$$

数据的频率序列必须乘以 $2T$。

7.3.2 随机振动谱分析

随机振动的谱分析借助付里叶变换完成。

7.3.2.1 功率谱密度函数

在数据的数字分析中，自功率谱密度函数由数据时间序列的付里叶变换与它的共轭相乘得到，互功率谱密度把一个数据时间序列的付里叶变换与另一个时间序列的付里叶变换共轭相乘得到。

这种运算的统计自由度数为2($n=2$)，对平稳随机过程，自由度数可以通过连续时间序列q个分离时间段上平均或者用r条相邻谱线平滑来增加。功率谱密度函数的归一化标准差是：

$$\varepsilon_r = \sqrt{1/q} \quad \text{对时间平均法} \quad \cdots\cdots(17)$$

$$\varepsilon_r = \sqrt{1/r} \quad \text{对频率平滑法} \quad \cdots\cdots(18)$$

$$\varepsilon_r = \sqrt{1/qr} \quad \text{综合法} \quad \cdots\cdots(19)$$

应注意功率谱密度的单位，最终功率谱密度函数应乘以相应的系数。

基本运算如下：

$$x(n\Delta t) \rightarrow X(m\Delta f) \quad \cdots\cdots(20)$$

$$y(n\Delta t) \rightarrow Y(m\Delta f) \quad \cdots\cdots(21)$$

$$Z(m\Delta f) = X(m\Delta f) \cdot Y^*(m\Delta f) \quad \cdots\cdots(22)$$

7.3.2.2 相干函数

计算相干函数，应完成下列运算：

$$x(n\Delta t) \rightarrow X(m\Delta f) \quad \cdots\cdots(23)$$

$$y(n\Delta t) \rightarrow Y(m\Delta f) \quad \cdots\cdots(24)$$

$$X(m\Delta f)\cdot Y(m\Delta f)=Z(m\Delta f) \quad\cdots\cdots(38)$$

$$Z(m\Delta f)\rightarrow z(n\Delta t) \quad\cdots\cdots(39)$$

在计算中，为了避免循环相关误差，计算数据块要清除掉一半数据点，这样其结果的$z(n\Delta t)$数据点有意义的仅有半数（$n\leqslant\frac{N}{2}$）。

7.3.6 冲击响应谱计算

一个固有频率为f_n的线性单自由度系统的运动微分方程为：

$$\ddot{x}(t)+4\pi\zeta f_n\dot{x}(t)+(2\pi f_n)^2x(t)=a(t) \quad\cdots\cdots(40)$$

式中：$x(t)$——冲击响应的时间历程；

$a(t)$——基础冲击加速度；

ζ——阻尼比。

冲击响应谱的计算归结为对每给定一个f_n微分方程求解，然后找出相应的响应时间历程的最大值。不同的求解途径形成了计算冲击响应谱的不同方法。如图解法、奥海瑞（0′hora）法、逆归滤波法和样条函数法等。

在冲击作用时间内出现的响应最大值与固有频率的关系称为初始冲击响应谱（初始谱），在冲击作用时间以后出现的响应最大值与固有频率的关系称为剩余冲击响应谱（残余谱）。

有时，找出响应时间历程的正最大值和负最大值，从而获得正冲击响应谱（正谱）和负冲击响应谱（负谱），在谱图上取初始冲击响应谱和剩余冲击响应谱的包络线,可构成最大冲击响应谱(总谱)。

由于冲击信号信噪比变化大，加上记录系统,模/数转换器等都有背景噪音,数字化了的冲击信号,在用来进行数据处理之前，进行背景修正是需要的。

8 数据表示法

数据分析结果通常用图表示。由于对数坐标可以有效地表示很宽范围的量值变化，所以数据分析结果的纵坐标和横坐标常用对数表示。用对数表示的纵坐标幅值用分贝（dB）表示时,它的优点是可用线性刻度划分。但应指出零分贝的参考数值。

在表示数据分析结果时，时间用秒、（必要时也可以用分、时）频率用赫。当用无量纲时间或频率参数时应指出参考值。

用列表法表示数据分析结果时，单位应与图示法相应坐标相同。

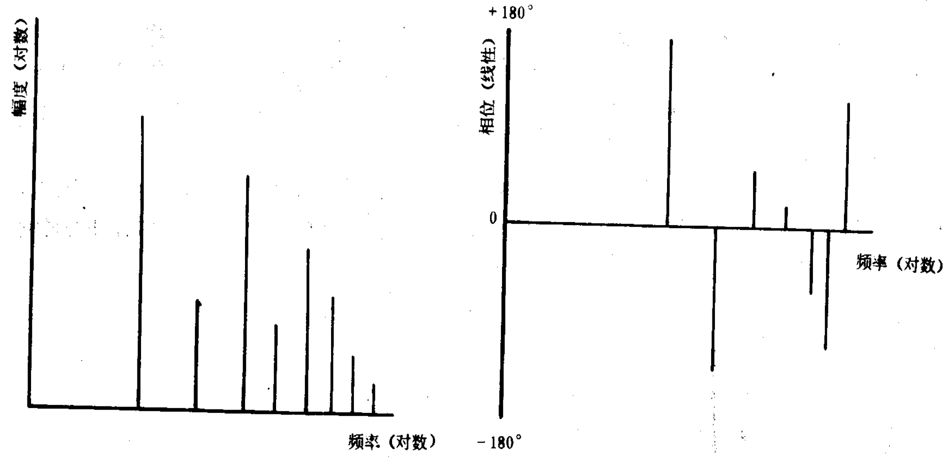
8.1 确定性振动谱表示法

对于确定性振动，每个谱分量可用幅值与相位或者实部与虚部组成的复数表示。

8.1.1 周期信号和准周期信号

对于周期信号和准周期信号，通常用每个频率的谱分量幅值与相位分别表示，其中基波频率的相位通常规定为零，例如图8（a）、（b）所示。幅值的单位与所测物理量单位相同，相位的单位可以是角度或弧度。此外，对于这种周期信号和准周期信号，也可用每个频率的谱分量实部和虚部表示，同样其单位应与所测物理量单位相同。

对于准周期信号，相位图一般可以省略。

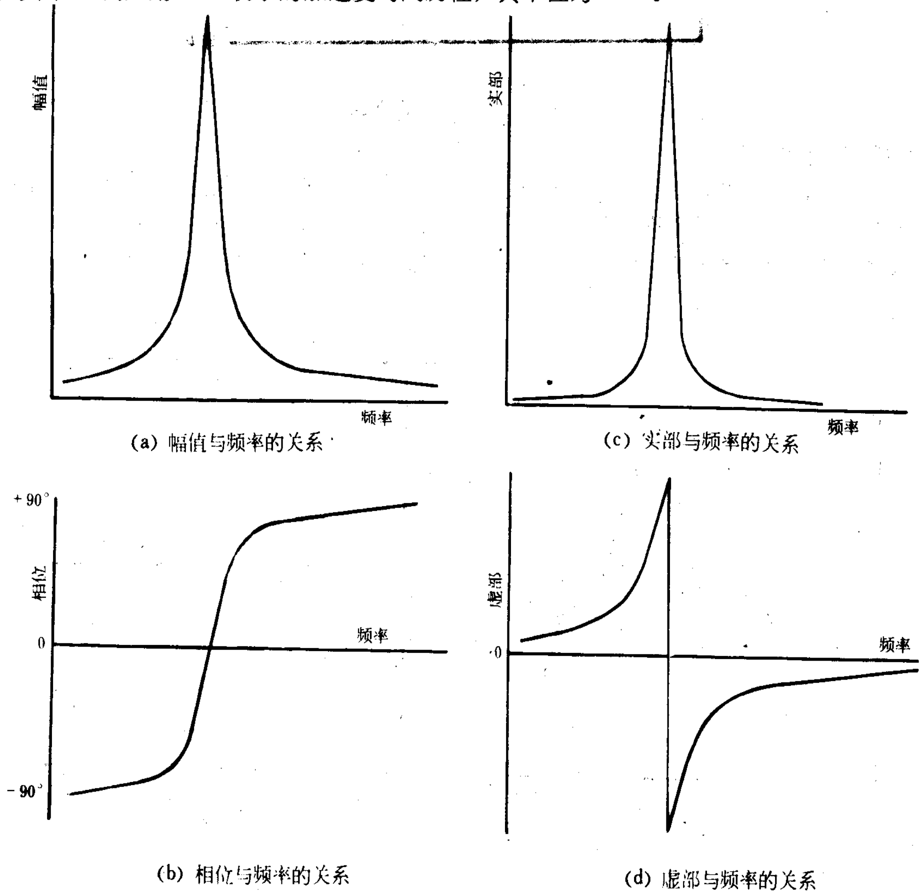


(a) 幅度　　(b) 相位

图 8　付里叶谱线

8.1.2　瞬态信号

对于瞬态振动与冲击信号，通常用两个实值连续谱即付里叶频谱的模和相位或实部和虚部表示。图 9 给出了一个衰减正弦时间历程付里叶谱图的例子。其中幅值实部或虚部的单位为单位频率上所测物理量的单位。例如用 ms^{-2} 表示的加速度时间历程，其单位为 ms^{-1}。



(a) 幅值与频率的关系　　(c) 实部与频率的关系

(b) 相位与频率的关系　　(d) 虚部与频率的关系

图 9　衰减正弦的付里叶谱

8.2 随机振动功率谱表示法

对于单个随机振动的数据，通过谱分析可以得到自功率谱密度函数和自相关函数。而互功率谱密度函数、相干函数和互相关函数是通过分析两个随机振动的数据得到的。可以用连续的或柱状的图形表示，但应规定频率变化范围；滤波器带宽、平均时间、统计自由度三个参数必须规定其中的两个。

8.2.1 自功率谱密度函数

自功率谱密度是频率的实函数，以自功率谱密度－频率的图形给出，例如图10所示。图中包括连续的和柱状的曲线。自功率谱密度的单位是单位频率上所测物理量的单位平方。例如，所测物理量的单位为ms^{-2}时，自功率谱密度的单位为m^2s^{-3}。

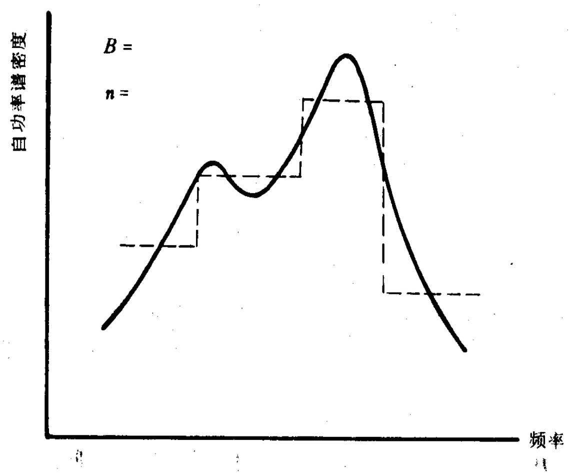
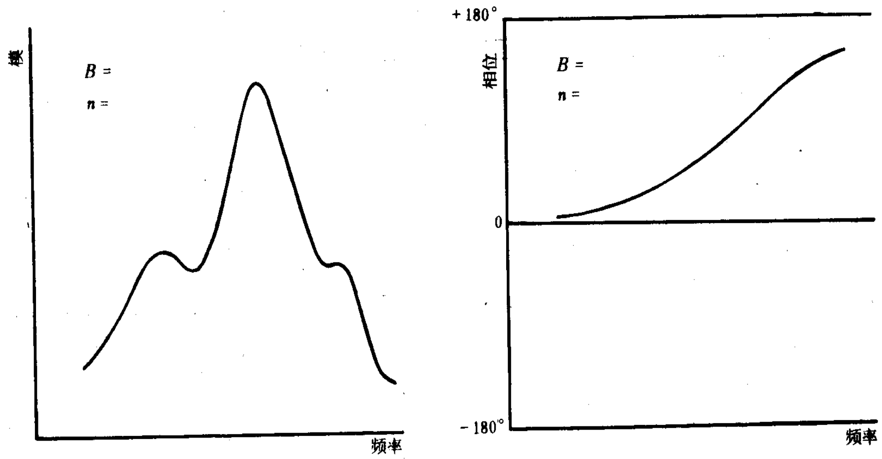


图 10 自功率谱密度函数

8.2.2 互功率谱密度函数

互功率谱密度是频率的复函数，可用模和相位或实部和虚部（或共谱和正交谱）表示。图11给出了用模和相位表示的例子。其中模、实部、虚部的单位是单位频率上所测的两个随机量的单位的乘积。例如，所测的两个随机量的单位分别为ms^{-1}和N（牛）时，模的单位是N·m。相位的单位用角度或弧度。



(a) 模　　(b) 相位

图 11 互功率谱密度函数

8.2.3 相干函数

相干函数是频率的无量纲函数，其值在 0 ~ 1 之间，如图12所示。

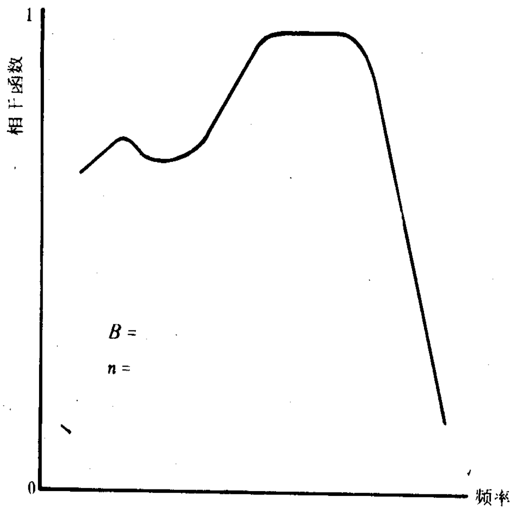
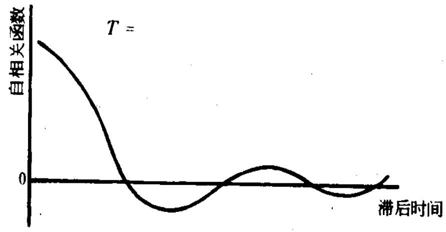


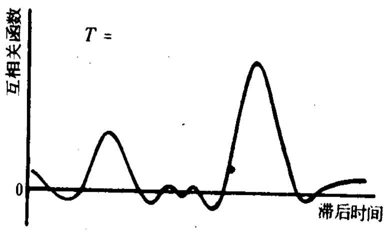
图 12 相干函数

8.3 相关函数

自相关函数和互相关函数是滞后时间的函数，如图13所示。应给出数据的频率范围、平均时间以及所用的滞后时间变化速率。



(a) 自相关



(b) 互相关

图 13 相关函数

8.4 统计分析

一般用概率密度（概率分布）－瞬时值或峰值的函数表示任意一个时间历程的统计特性。通常应给出时间历程中瞬时值和峰值的幅值增量和范围、数据的频率范围、信号记录长度以及幅值增量变化率。

8.4.1 概率密度函数

概率密度是瞬时值或峰值的实函数，其单位是所测物理量的单位的倒数。如图14给出了典型的近似高斯分布的瞬时值概率密度曲线。虚线为相应的柱状图。

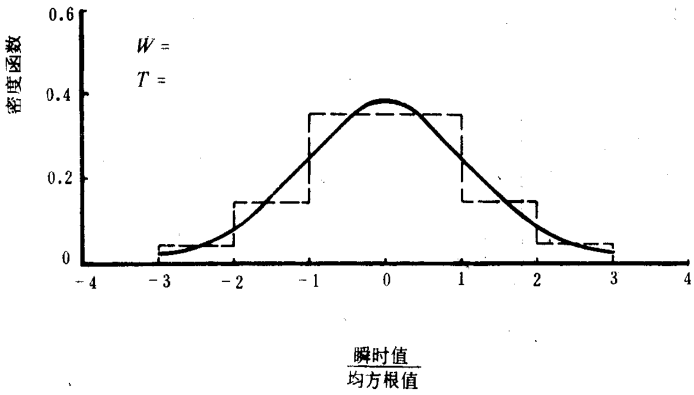


图 14 概率密度函数

8.4.2 概率分布函数

概率分布同样是瞬时值或峰值的实函数，但无量纲，其取值范围在 0 ~ 1 之间。如图 15 给出了典型的具有近似高斯分布特性的瞬时值概率分布曲线。虚线为相应的柱状图。

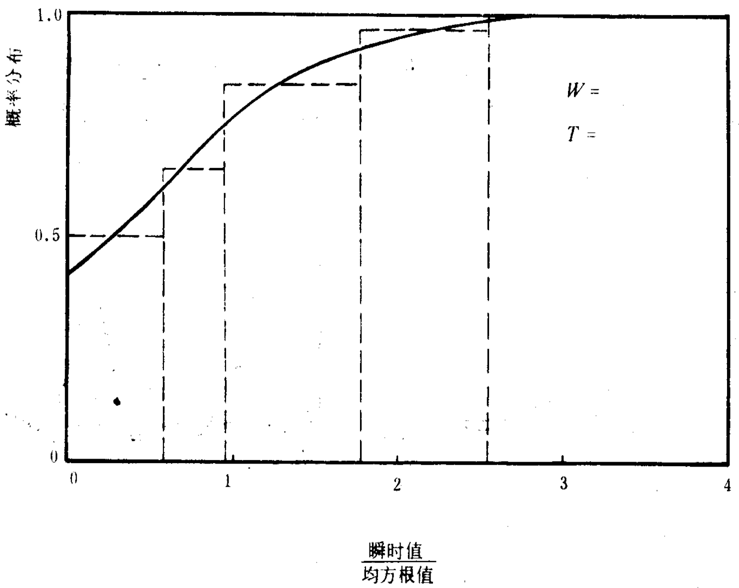


图 15 概率分布函数（连续的和柱状的）

8.5 幅值-时间表示法

对于一个非平稳时间历程，有时需通过幅值参数的估计确定系统的某些物理特性。因此需进行幅值随时间变化的分析。此时，可将分析结果绘于同一图上。如图 16 给出了一个振动加速度均方根值随时间变化的曲线。图中应给出滤波器中心频率和带宽。

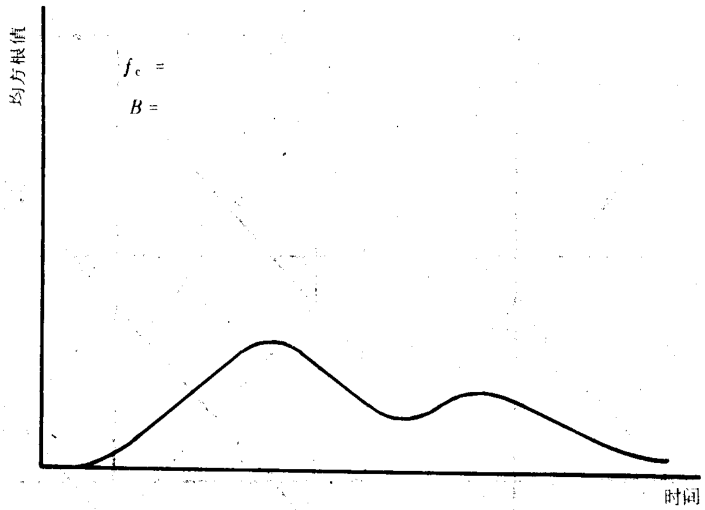


图 16 幅值-时间分析

8.6 冲击谱表示法

冲击响应谱表示为系统固有频率的函数。在表示时应指出冲击响应谱的类型，如正谱、负谱、初始谱、残余谱、总谱等。且必须给出单自由度系统的阻尼比。如图17给出了笛卡尔坐标系中等效静加速度的正谱和负谱。也可使用对数刻度的四坐标纸来同时表示三个响应参量，如图18所示。

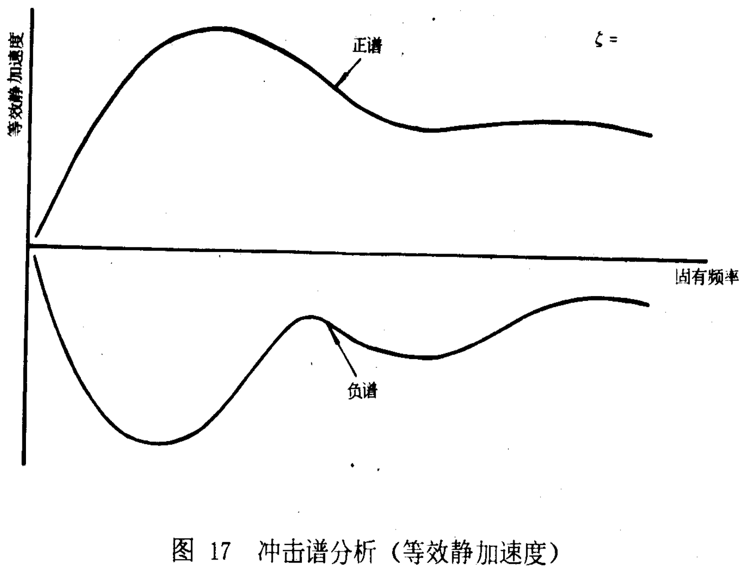


图 17 冲击谱分析（等效静加速度）

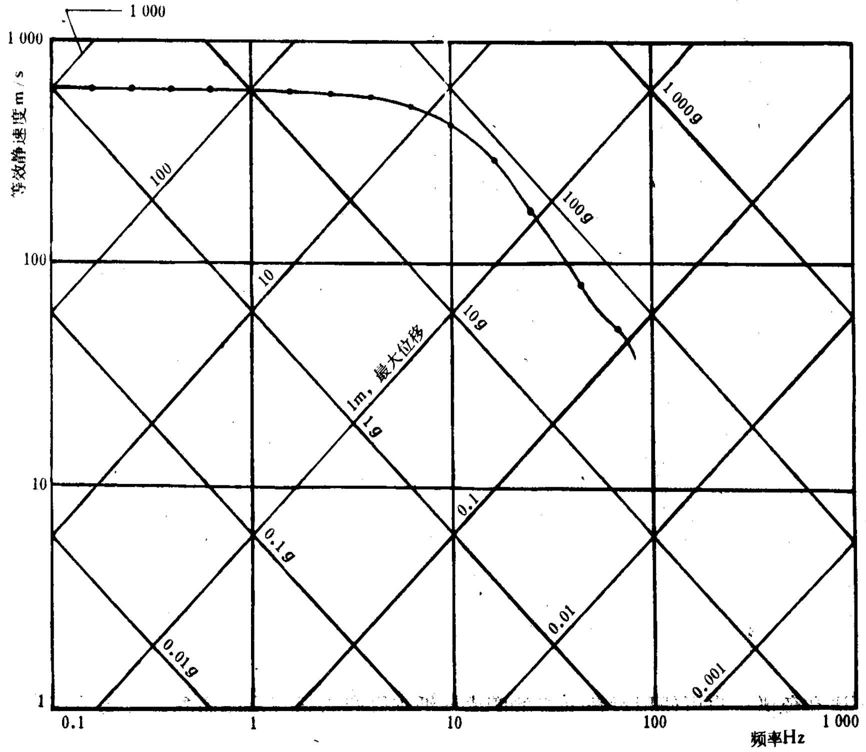


图 18　冲击谱分析（四坐标图）

附 录 A
有限时间数据的离散付里叶变换
(参考件)

本附录讨论离散付里叶变换运算过程，所用变换对如图A1所示：

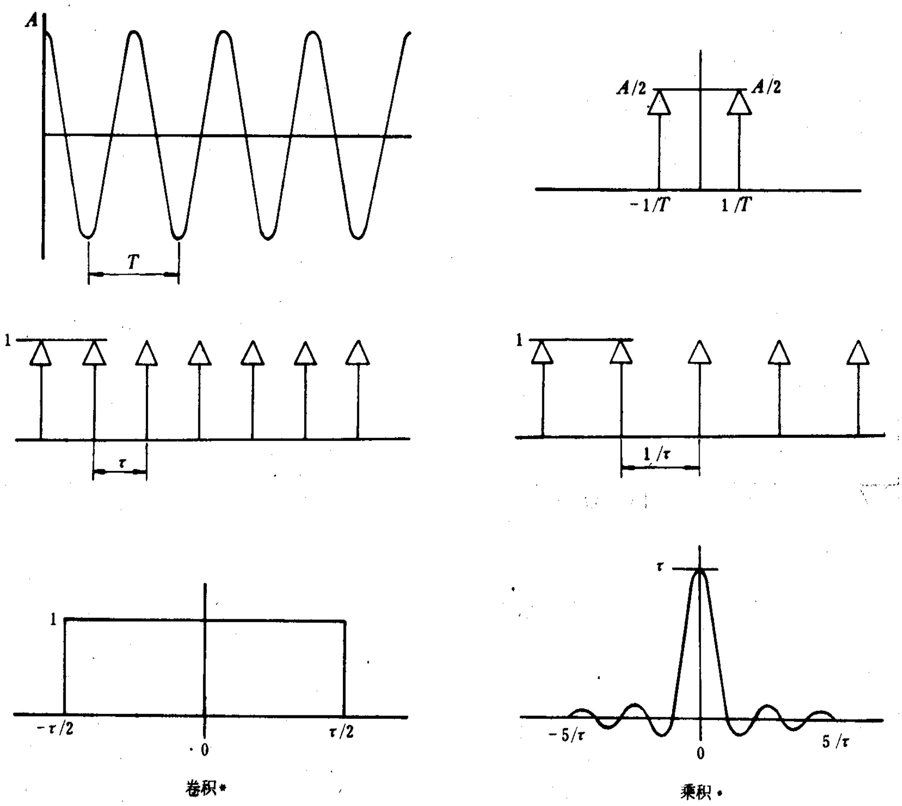


图 A1 付里叶变换对

持续时间无限长的余弦函数$A\cos(2\pi ft)$对应于在正、负频率f上的两个δ函数，其幅值皆为$A/2$。

彼此间隔为τ的δ函数无穷序列〔狄拉克（Dirac）梳〕对应于间隔为$1/\tau$的δ函数无穷序列。

宽为τ的矩形窗函数对应“$\sin C$函数”

$$\tau\sin C(f\tau) = \frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}\cdot\tau$$

一个函数与在时间τ处δ函数的卷积使该函数平移τ。一函数与间隔为T的狄拉克梳的卷积使该函数以时间周期T重复。

用这些概念来观察时域中处理数据的情况（见图A2）。时间历程数字化就是将时间历程乘一个间隔为Δt的狄拉克梳，乘以宽为$T=N\Delta t$的矩形窗函数从而将数据点的数目限制在数据块大小N之内。当数据块与间隔为T的狄拉克梳进行卷积时得到无限重复的数据块。

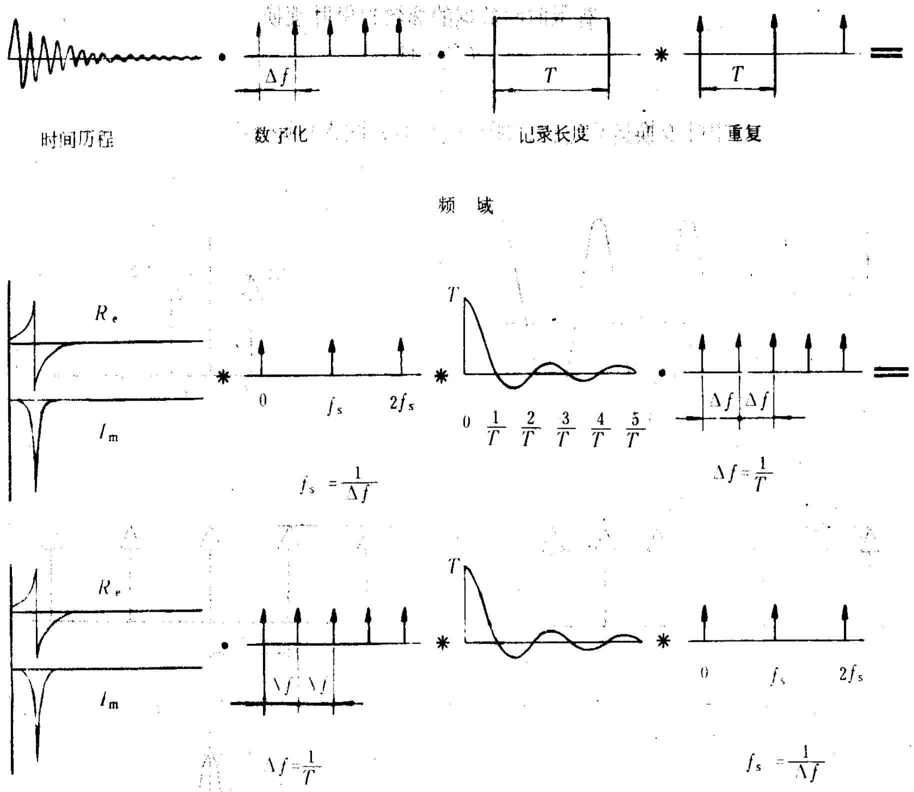


图 A2 瞬态振动数据的数字分析

图A2的频域部分给出了上述运算的变换对，改变次序之后得到如下运算顺序：原始数据的付里叶变换乘以间隔为Δf的狄拉克梳，把得到的谱线与$T\sin C$（ft）进行卷积，这个结果仅仅是用时间间隔T作一次乘法，因为仅当频率f为零时$T\sin C$（ft）是非零的，其余的n/T处的值都为零。这就是付里叶变换用T乘的道理（附加因子2是由于去掉了付里叶谱的负频率部分）。由于与间隔为f_s的狄拉克梳卷积，谱线位于采样频率的整数倍处。由仙农（Shannon）采样定理很容易说明，$f_a>f_s/2$的频率分量出现在谱中f_s-f_a处。如果时间历程是简谐函数，其谱将是一条线。如果这条线与$m\Delta f$中的某一条重合，则上述结论不变。如果简谐函数的频率并没有落在谱线中某一条上，则在离散付里叶变换中就会产生旁瓣如图A3所示，再次改变运算次序：$T\sin C$（ft）函数与δ函数的卷积使$T\sin C$（ft）在频率上移位，这个移位不等于$m\Delta f$,再与间隔为Δf的狄拉克梳相乘,导致很多频率点处有非零值，这就是$\sin C$函数旁瓣引起的泄漏。为解决此问题，在使用中已经提出了很多窗函数。但必须指出所有这些窗都使频率分辨率变坏，而且也不能完全消除泄漏。因此，一般没有必要硬性规定某一种特定的窗函数来避免泄漏。如果测量包括连续激励（例如随机激励）和同时记录的响应函数，则某段响应的开头部分包含了前段的激励引起的响应。而该段激励的最后部分引起的响应将被截断。因此建议使用与机械系统的阻尼相适应的指数窗函数。

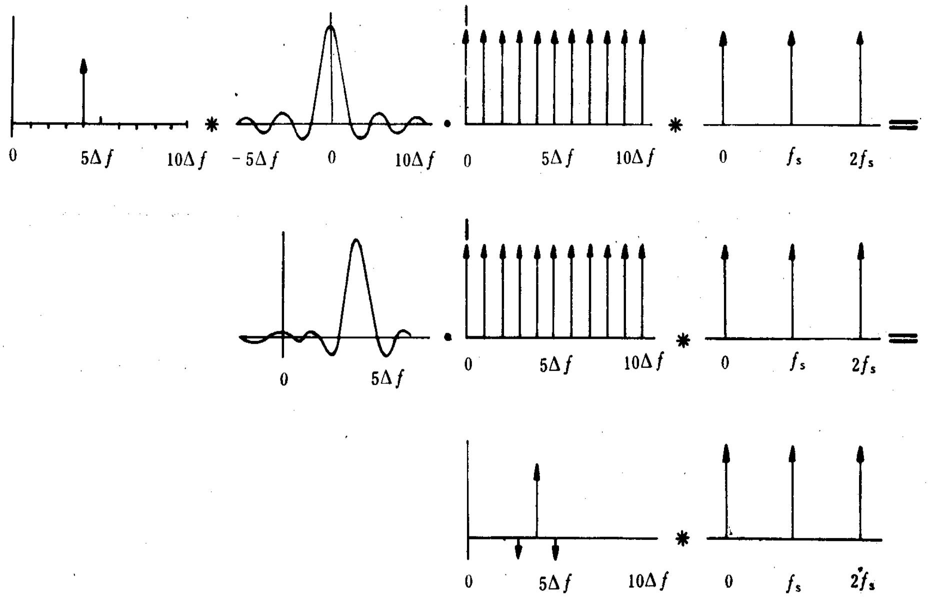


图 A3 周期信号的旁瓣泄漏

附加说明：

本标准由中华人民共和国机械电子工业部提出。

本标准由郑州机械研究所归口。

本标准由北京自动化研究所、西安交通大学等单位负责起草。

本标准主要起草人徐志诚、胡时岳、赵树绩、张希农、黄重玲、侯小军、尹浩夫、白松波。